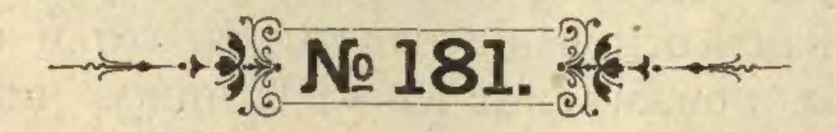
XVI Сем. 15-го января 1894 г. № 1.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



Отъ редакціи.

Настоящимъ № 181 «Вѣстникъ Оп. Физики» вступаетъ въ 16-ый семестръ изданія. Условія подписки на текущій 1894 годъ (XVI и XVII семестры) остаются безъ измѣненій (см. обложку).

Съ начала 1893 года мы перестали выпускать двойные №№ и стремимся упорядочить сроки выхода номеровъ. Теперь, покончивъ съ прежнимъ запаздываніемъ, позаботимся, чтобы съ начала текущаго 1894 года №№ «Вѣстника» выходили въ первоначально установленные сроки, а именно: въ весеннее полугодіе—начиная съ 15 Января, черезъ каждые 10 дней, съ пропускомъ одного срока на Пасху, и въ осеннее полугодіе—начиная съ 20-го Августа, черезъ каждые 10 дней, безъ пропуска. Такимъ образомъ, согласно первоначальному заявленію редакціи (въ 1886 г.), въ теченіе каникулъ лѣтнихъ (съ 1-го Іюня по 20 Августа) и зимнихъ (съ 15 Декабря по 15 Января) №№ нашего журнала выходить не будутъ. Если это и не совсѣмъ удобно для частныхъ лицъ, состоящихъ въ числѣ подписчиковъ «Вѣстника», то все же оно во 1-хъ желательно для преподавателей физики и математики въ учебныхъ заведеніяхъ и для учащихся, составляющихъ главный контингентъ нашихъ читателей, и во 2-хъ—необходимо также для насъ самихъ, въ видѣ отдыха, безъ котораго трудъ по редактированію и изданію журнала, при незначительномъ составѣ мѣстныхъ сотрудниковъ редакціи, становится непосильнымъ.

Вслѣдствіе накопленія научнаго и педагогическаго матеріала, не перестявшаго имѣть цѣнность и нынѣ, въ выпущенныхъ въ теченіе 7½

лѣтъ изданія «Вѣстника Оп. Физики» 180-и номерахъ, и согласно просьбѣ многихъ изъ постоянныхъ читателей, мы печатаемъ теперь и къ концу Января мѣсяца разошлемъ всѣмъ подписчикамъ полное и подробное оглавленіе, по отдѣламъ, всего, что было напечатано въ 15-и томахъ (семестрахъ) нашего журнала. Къ лѣту, вѣроятно, намъ удастся также издать особой книжкой собраніе всѣхъ задачъ, помѣщенныхъ въ этихъ 15-и томахъ «Вѣстника». Въ виду этого, нумерація задачъ, предлагаемыхъ въ текущемъ XVI-мъ семестрѣ, идетъ новая (серія третья).

Приложенный нами къ одному изъ номеровъ «Вѣстника» за истекшій годъ портретъ Лобачевскаго, исполненный по нашему заказу въ Одессѣ, даетъ намъ основаніе надѣяться, что и впредь, если позволятъ обстоятельства, прилагаемые къ «Вѣстнику» портреты или рисунки окажутся не хуже.

По примѣру другихъ журналовъ, при послѣднемъ 12-мъ номерѣ каждаго семестра, кромѣ оглавленія, съ сего времени будетъ разсылаться также и семестровая обложка, удобная для оброшюровки всѣхъ 12-и номеровъ въ книгу.

Вслѣдствіе предстоящаго приведенія въ порядокъ книжнаго склада редакціи и дѣлъ конторы, просимъ всѣхъ постоянныхъ нашихъ подписчиковъ, въ случаѣ если у нихъ не достаетъ какихъ либо изъ прежнихъ №№ журнала, поторопиться съ заявленіемъ о вторичной высылкѣ таковыхъ, и также частныхъ лицъ, не уплатившихъ слѣдуемой съ нихъ за истекшіе семестры подписной платы, выслать таковую, не ожидая непріятнаго для насъ письменнаго напоминанія.

Мы вынуждены также заявить, что въ виду незначительнаго количества экземпляровъ полнаго комплекта 15-и томовъ «Вѣстника», остающихся въ нашемъ книжномъ складѣ, и дороговизны пересылки книгъ по почтѣ, мы впредь не будемъ высылать таковаго никому изъ частныхъ лицъ въ кредитъ. При выпискѣ этого комплекта или отдѣльныхъ семестровъ (кромѣ второго), мы можемъ дѣлать возможныя уступки по соглашенію, но высылать будемъ не иначе, какъ за уплатою причитающихся денегъ впередъ или съ налож. платежа.

Лица, желающія постоянно сотрудничать въ «Вѣстникѣ» по тому либо другому отдѣлу и получать безплатно его текущіе №№, приглашаются войти въ непосредственныя сношенія съ редакціей.

Редакторъ-Издатель *Э. К. Шпачинскій.*

ОПЫТЫ ПРОФ. Н. А. ЛЮБИМОВА

надъ падающими тѣлами.

Если система матеріальныхъ точекъ движется равномѣрно и прямолинейно, то всѣ явленія происходятъ въ ней такъ, какъ если бы она находилась въ покоѣ, и никакое существо, обладающее нашими

обыкновенными органами чувствъ, заключенное въ такую систему, не могло бы безъ внѣшнихъ указаній, свидѣтельствующихъ геометрически о движеніи, открыть ни единаго его признака. Этотъ законъ указанъ еще Галилеемъ и со времени Ньютона зовется вторымъ закономъ движенія.

Не то бываетъ при перемѣнномъ движеніи системы. Въ этомъ случаѣ нельзя уже сказать, что всѣ явленія въ системѣ происходятъ такъ, какъ если бы она находилась въ покоѣ. Представимъ себѣ, напр., что какая нибудь система тѣлъ падаетъ свободно подъ дѣйствіемъ тяжести или брошена вверхъ и движется замедленнымъ движеніемъ. Каждыя два тѣла такой системы, помѣщенныя рядомъ, не разстанутся во все время движенія*); тѣло, находящееся надъ другимъ, не будетъ давить на нижнее, такъ какъ ни то, ни другое не препятствуютъ другъ другу двигаться съ одинаковой скоростью. Всѣмъ извѣстенъ фантастическій разсказъ Жюля Верна о ядрѣ съ заключенными въ немъ наблюдателями, брошенномъ съ земли на луну, но изъ сотни тысячъ читателей никто, кромѣ проф. Любимова и неизвѣстнаго автора небольшой замѣтки въ Современной лѣтописи „Московскихъ Вѣдомостей" стараго времени, не обратилъ вниманія на то, что этотъ интересный разсказъ основанъ на физическомъ заблужденіи. Жюль Вернъ описываетъ всѣ явленія въ ядрѣ во все время пути его до нейтральной точки, въ которой притяженіе земли равно притяженію луны, такъ, какъ если бы они происходили въ снарядѣ, движущемся вверхъ *равномѣрно*, или находящемся въ покоѣ. Только въ нейтральной точкѣ всѣ предметы въ ядрѣ у Жюля Верна теряютъ свой вѣсъ, и каждый изъ нихъ остается, не падая, въ томъ мѣстѣ, гдѣ былъ помѣщенъ. Въ „Физикѣ" проф. Любимова**) предложена между прочимъ слѣдующая задача: „показать, что „такое явленіе (потеря вѣса) должно было бы происходить не только „въ этой нейтральной точкѣ, но и на всемъ протяженіи пути и что „движеніе брошеннаго ядра нельзя сравнивать съ движеніемъ, напри-„мѣръ, воздушнаго шара, поднимающагося вверхъ: каждая часть ядра „летитъ не потому, что увлекается другими, а по силѣ верженія, съ „такою же скоростью, какъ всѣ другія, и не имѣетъ причины отъ нихъ „отставать".

Для изученія явленій давленія въ падающей свободно системѣ проф. Любимовымъ былъ произведенъ рядъ опытовъ зимою 1892 г. Въ маѣ 1893 г. проф. Любимовъ сообщалъ объ этихъ опытахъ въ Новороссійскомъ Обществѣ Естествоиспытателей***). Опыты паденія производятся на снарядѣ, представляющемъ собою родъ Атвудовой машины. Это—вертикально стоящая доска, на верху которой укрѣпленъ двойной блокъ. Черезъ него перекинуты двѣ нити, къ которымъ прикрѣпляется падающая система. Чтобы избѣжать толчка падающаго снаряда о землю, другой конецъ нити соединяется съ тяжелой цѣпью. Нить берется

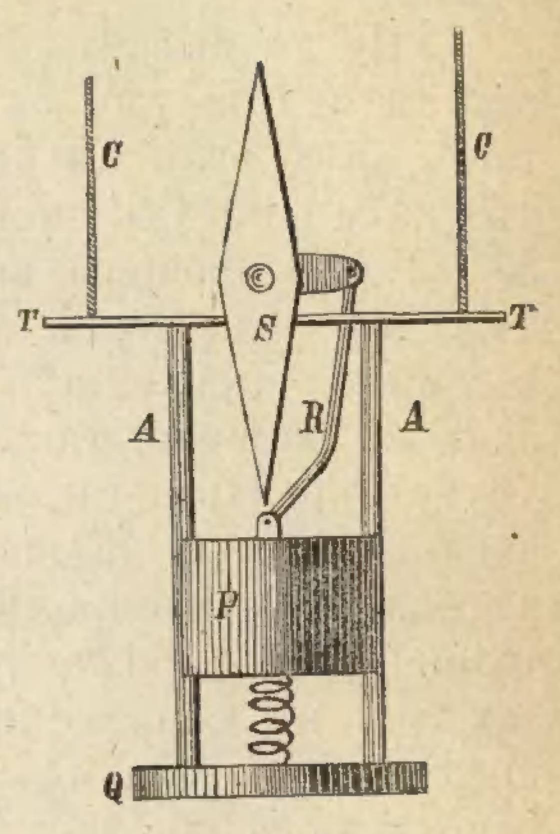
*) Понятно, что рѣчь идетъ о движеніи въ безвоздушномъ пространствѣ.

**) Стр. 44 „Репетиторіума". Изд. 1876 г.

***) Опыты эти изложены въ „Запискахъ Новор. Общ. Естеств." т. XV, откуда мы и заимствовали ихъ описаніе.

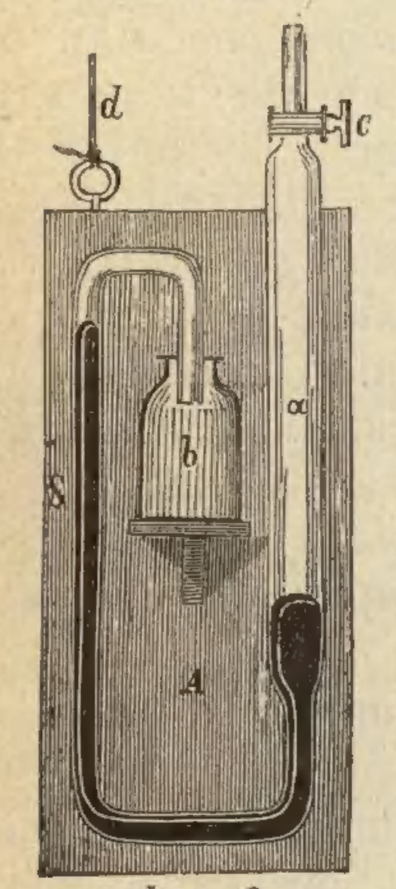
такой длины, чтобы задерживающая и наконецъ останавливающая своимъ вѣсомъ движенiе снаряда цѣпь начала подыматься незадолго до приближенiя снаряда къ землѣ.

ОПЫТЪ I. Падающiй снарядъ состоитъ изъ металлическаго диска Q (фиг. 1), на которомъ лежитъ металлическiй цилиндръ P. Послѣднiй можетъ свободно скользить на двухъ вертикальныхъ стержняхъ AA и отдѣленъ отъ диска Q пружиной, на которую нажимаетъ своимъ вѣсомъ. При помощи колѣнчатаго рычага R цилиндръ P сочлененъ съ легкой картонной стрѣлкой S. Пока система находится въ покоѣ, стрѣлка S стоитъ вертикально; во время же паденiя давленiе цилиндра P на дискъ Q утрачивается и пружинка подымаетъ его, вслѣдствiе чего стрѣлка S переходитъ изъ вертикальнаго положенiя въ горизонтальное. Первоначально приборъ этотъ имѣлъ нѣсколько иную форму. Описанная же форма предложена и построена механикомъ Новороссiйскаго университета I. I. Тимченко.



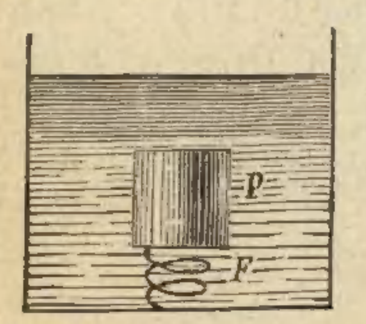
Фиг. 1.

ОПЫТЪ II имѣетъ цѣлью показать, что при паденiи утрачивается и гидростатическое давленiе верхнихъ слоевъ жидкости на нижнiе. Существенную часть снаряда составляетъ двухколѣнная трубка, заключающая въ одномъ закрытомъ колѣнѣ *a* (фиг. 2) воздухъ, въ другомъ, открытомъ и обращенномъ загнутымъ концомъ внизъ, въ сосудъ *b*—колонну ртути. Всѣ эти части укрѣплены на вертикальной доскѣ A. Благодаря давленiю ртути, воздухъ въ колѣнѣ *a* нѣсколько сжатъ. При паденiи снаряда давленiе ртути утрачивается, воздухъ расширяется и выталкиваетъ часть ртути въ сосудъ *b*. Снаряду этому можно давать разнообразную форму.



Фиг. 2.

ОПЫТЪ III доказываетъ, что и давленiе внутри жидкости утрачивается при паденiи, т. е. что для падающихъ системъ законъ Архимеда не существуетъ. Въ сосудъ съ водою погружена пробка P (фиг. 3). Пружина F препятствуетъ ей всплыть, противодѣйствуя давленiю жидкости снизу вверхъ, благодаря которому пружина нѣсколько растянута. Давленiе уничтожается при паденiи и пружина сжимается, оттягивая пробку внизъ. Понятно, что и этотъ снарядъ можно снабдить указателемъ, обнаруживающимъ это движенiе пробки.



Фиг. 3.

Мы не описываемъ различныхъ видоизмѣненiй этихъ основныхъ приборовъ, такъ какъ полагаемъ, что сказаннаго вполнѣ достаточно для выясненiя явленiй, имѣющихъ мѣсто при свободномъ паденiи системы.

Подобныя же явленія могутъ быть наблюдаемы не только при свободно падающихъ системахъ, но отчасти и при системахъ, скатывающихся по наклонной плоскости, а также качающихся.

Опыты проф. Любимова, помимо чисто физическаго интереса, имѣютъ еще и физіологическій, такъ какъ при паденіи организма, скатываніи его по наклонной плоскости или качаніи измѣняются давленія, происходящія въ немъ отъ дѣйствія тяжести. Въ этомъ и слѣдуетъ искать причину ощущеній человѣка при паденіи его съ высоты, скатываніи съ горы, качаніи на качеляхъ или при качкѣ на морѣ.

ВВЕДЕНІЕ
ВЪ
МЕТОДИКУ ФИЗИКИ.

(*Продолженіе**)

§ 11. *Значеніе догмы въ физикѣ.* Въ каждой наукѣ слѣдуетъ различать *субъектъ* и *объектъ.* Субъекты суть тѣ предметы, которые подлежатъ изученію, сравненію, обобщенію, различенію. Объектъ есть та окончательная форма мысли, та *догма*, въ которую мы стремимся уложить результаты изученія субъектовъ.

Каждая наука необходимо имѣетъ свою догму. Субъекты ариѳметики, напр., суть данныя числа, т. е. совокупность равныхъ единицъ или частей единицы, а догма ея состоитъ въ положеніи, что нѣтъ такой комбинаціи чиселъ, которая въ свою очередь не могла бы быть выражена числомъ состоящимъ изъ равныхъ единицъ или частей единицы. Упразднимъ эту догму, — и тогда извлеченіе, напр., квадратнаго корня изъ двухъ сдѣлается безцѣльнымъ препровожденіемъ времени.

По отношенію къ явленіямъ внѣшняго или чувственнаго міра, потребность въ догмѣ вызывается и поддерживается свойствомъ ума, требующаго логической связи между отдѣльными ощущеніями. Но ощущенія разнородны и самобытны. Если бы могли жить два такихъ существа, изъ которыхъ одно обладало бы только чувствомъ слуха, а другое—только чувствомъ зрѣнія, то для перваго міръ исчерпывался бы явленіями звука, а для второго—явленіями свѣта. Духовное общеніе двухъ такихъ существъ было бы невозможно. Отсюда слѣдуетъ, что представленія о внѣшнемъ мірѣ, доставляемыя намъ различными органами чувствъ, въ сущности—конгломератъ разнородныхъ представленій о нѣсколькихъ мірахъ, не связанныхъ между собой логически. Устранить конфликтъ этихъ отдѣльныхъ представленій, подвести ихъ

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ №№ 172 и 175.

подъ одну догму—составляетъ потребность ума на всѣхъ ступеняхъ его развитія.

Для методики физики установка догмы, какъ объекта преподаванія—вопросъ далеко не безразличный. Съ точки зрѣнія воспитанія ума, недостаточно сообщить слушателю бо̀льшую или меньшую массу фактовъ. Недостаточно также приготовить изъ него прозелита для той или иной догмы, смотря по склонности преподавателя. Проводя догму, нужно имѣть въ виду самому и не скрывать отъ слушателя условность догмы вообще, ея зависимость отъ состава тѣхъ понятій, которыя въ данное время *кажутся простѣйшими*.

§ 12. *Эволюція физической догмы*. Въ развитіи физической догмы можно намѣтить три главныхъ періода: спиритуалистическій, дуалистическій и матеріалистическій.

Первобытный человѣкъ, лишенный способности къ анализу своей природы, понимаетъ свое *я*, какъ нѣчто неразчленимое, простѣйшее, и это понятіе онъ принимаетъ за базисъ для объясненія связи между нимъ и внѣшнимъ міромъ. Всякое проявленіе внѣшняго дѣятеля приписывается вмѣшательству другого, подобнаго же *я*, и съ этой точки зрѣнія оно становится вполнѣ понятнымъ. Такимъ образомъ всѣ дѣятели природы одухотворяются. Имъ приписывается воля, чувство, разумъ, страсти. По этому міровоззрѣнію, всѣ явленія природы состоятъ въ сознательной борьбѣ дѣятелей природы какъ съ человѣкомъ, такъ и между собою.

При дальнѣйшемъ развитіи человѣчества появляется и постепенно крѣпнетъ способность къ анализу сущности человѣка, и выясняется сложность этой сущности. Понятіе о человѣкѣ распадается на два отдѣльныхъ самостоятельныхъ элемента,—вещественный и духовный. Эта двойственность сущности человѣка принимается также за прототипъ для сущности чувственнаго міра и въ этомъ состоитъ ошибка дуалистическаго міровоззрѣнія. Все чувственно познаваемое раздѣляется на двѣ категоріи. Къ первой относится все, что кажется вѣчнымъ, совершеннымъ, чистымъ, а именно, звѣзды планеты, солнце, огонь, небесный эѳиръ. Напротивъ, все бренное, преходящее, косное, напр. минералы, вода, тѣло человѣка и т. д., причисляется ко второй категоріи. Геометрическія фигуры слѣдуютъ такой же классификаціи. Кругъ совершеннѣйшая изъ линій. Онъ не имѣетъ ни начала, ни конца и потому служитъ символомъ вѣчности. Отсюда логически вытекаетъ, что небесныя свѣтила должны двигаться по кругамъ. Пламя подымается къ верху потому, что совершенное стремится къ безконечному; камень падаетъ на землю потому, что бренное стремится къ нечистому. Это міровоззрѣніе, не смотря на свою нелѣпость съ современной точки зрѣнія, раздѣлялось большинствомъ средневѣковыхъ ученыхъ и удержалось въ нѣкоторыхъ академіяхъ вплоть до начала 19-го столѣтія.

Въ шестнадцатомъ столѣтіи Галилей и Ньютонъ положили основаніе ученію о взаимодѣйствіи *силы* и *вещества*. Благодаря этому ученію, которое приняло названіе динамики, явилась возможность объяснять съ простотой, до тѣхъ поръ неизвѣстной, движенія небесныхъ свѣтилъ и многія запутаннѣйшія явленія земного міра. Увлеченные этой простотой логическихъ выводовъ динамики, нѣкоторые изъ философовъ восемнадцатаго, а въ особенности девятнадцатаго столѣтія, усмо-

трѣли въ силѣ и матеріи тѣ начальные элементы, изъ которыхъ построено все мірозданіе. Они полагали возможнымъ объяснить динамически даже явленія органическаго міра, не исключая акта мышленія. Эта догма въ срединѣ нашего вѣка имѣла преданнѣйшихъ послѣдователей среди неофитовъ естествовѣдѣнія.

Въ послѣднія десятилѣтія и эта догма перестаетъ удовлетворять мыслителей. Понятіе о силѣ, дѣйствующей безъ посредства промежуточной среды, становится не столь просто и ясно, не столь первоначально, какъ казалось прежде. Чувствуется потребность устранить и это понятіе, разложить его на составныя части и удержать изъ всѣхъ физическихъ дѣятелей только вещество, какъ готовую реальность, какъ нѣчто наипростѣйшее и существующее внѣ нашего сознанія. Съ этой точки зрѣнія сила, а также всѣ другіе дѣятели природы являются ощущаемымъ результатомъ движенія частицъ вещества, вполнѣ свободныхъ отъ дѣйствія всякихъ силъ. Это *гидродинамическое* ученіе есть новѣйшій варіантъ матеріалистической догмы.

§ 13. *Физіологическое происхожденіе матеріалистической догмы.* Сложность представленія о внѣшнемъ дѣятелѣ зависитъ отъ сложности соотвѣтствующихъ имъ ощущеній. Соотвѣтственно варіантамъ въ чувствѣ зрѣнія, мы понимаемъ свѣтъ какъ нѣчто сложное, распадающееся на цвѣта: зеленый, синій, голубой, розовый и т. д. Звукъ распадается на тоны, тембры; запахъ на множество оттѣнковъ: запаха розы, фіалки, петролеума, нафталина и т. д. Неразложимостью обладаютъ только два рода ощущеній: усиліе и осязаніе. Варіантовъ для нихъ не существуетъ.

На столько же простыми, неразложимыми представляются и дѣятели—сила и вещество. Нѣтъ силъ зеленыхъ или голубыхъ, звонкихъ или глухихъ, горькихъ или сладкихъ. По отношенію къ усилію, сила не имѣетъ качествъ. Точно также не имѣетъ качествъ и вещество по отношенію къ осязанію. Для этого чувства безразлично,—трогаемъ ли мы серебро или мѣдь, алмазъ или стекло, сахаръ или мраморъ. По отношенію къ осязанію всѣ эти возбудители ощущенія представляются какъ нѣчто тожественное, нерасчленимое, простѣйшее. Мы придаемъ ему названіе: вещество.

Вотъ причина, по которой сила и матерія считаются простѣйшими изъ физическихъ дѣятелей и принимаются за базисъ для установленія догмы. Другого основанія для матеріалистической догмы нѣтъ.

Однако такое предпочтеніе веществу и силѣ имѣетъ совершенно случайное происхожденіе, случайное въ томъ смыслѣ, что оно обусловлено не исключительнымъ положеніемъ этихъ дѣятелей въ природѣ, а особенностью структуры органовъ усилія и осязанія, ихъ неспособностью давать намъ субъективное представленіе о варіантахъ силы и вещества. Реально, сила и вещество такъ же подраздѣляются на виды, какъ свѣтъ на оттѣнки. Сила тяжести совсѣмъ не то, что сила магнитнаго притяженія, а эта послѣдняя не то, что сила поверхностнаго натяженія жидкости и т. д. Золото совсѣмъ не то, что желѣзо, мѣдь, мѣлъ и т. д. Все это суть варіанты силы или вещества, ихъ подраздѣленія, имѣющія такое же право на признаніе ихъ реальности, какъ и отдѣльные цвѣта свѣта или различные тоны звука. Поэтому, реально, сила и матерія суть субъекты сложные, расчленимые и потому не

простѣйшіе. Мы считаемъ ихъ простыми только потому, что органы усилія и осязанія не способны реагировать специфически на отдѣльные виды этихъ дѣятелей. Наоборотъ, мы убѣждаемся въ сложности остальныхъ физическихъ дѣятелей потому, что органы чувствъ, имъ соотвѣтствующіе, приспособлены къ реакціи на каждую изъ составныхъ частей или оттѣнковъ этихъ дѣятелей. Отсюда слѣдуетъ, что особенное положеніе силы и вещества въ категоріи чувственныхъ понятій обусловлено исключительной неспособностью органовъ усилія и осязанія къ распознанію видовъ этихъ дѣятелей.

Припомнимъ кстати, что это тѣ самые органы, которые наилучше приспособлены къ доставленію намъ представленія о пространствѣ. Такимъ образомъ, природа, надѣляя органы чувствительностью, какъ бы старалась компенсировать недостатокъ одного качества—другимъ, и надѣлила органъ чувствительностью къ распознанію оттѣнковъ физическаго дѣятеля тѣмъ богаче, чѣмъ меньше этотъ органъ приспособленъ къ оцѣнкѣ пространственныхъ свойствъ дѣятеля. Зрѣніемъ мы различаемъ десятки цвѣтностей; слухомъ — сотни тональностей; чувствомъ вкуса—множество различныхъ варіантовъ вкуса. Что касается запаха, то число оттѣнковъ этого дѣятеля, различаемыхъ субъективно, такъ велико, что для наименованія ихъ не существуетъ даже типическихъ названій. Каждый оттѣнокъ носитъ названіе вещества, къ которому относится: запахъ фіалки, розы, бензина, камфоры и т. д. до безконечности.

§ 14. *Общая догма физики.* Догма вообще есть основное положеніе, опредѣляющее подчиненіе всего склада науки тѣмъ основнымъ понятіямъ, которыя считаются простѣйшими и полагаются въ основу науки. Условіе общности состоитъ въ томъ, что догма должна опираться равномѣрно на всѣ простѣйшія понятія соотвѣтственной категоріи, не исключая ни одного изъ нихъ и не отдавая предпочтенія одному предъ другими. По отношенію къ чувственному міру, простѣйшія понятія суть во первыхъ пространство и время, а во вторыхъ—виды и оттѣнки физическихъ дѣятелей. Назовемъ для краткости рѣчи понятія послѣдняго рода, т. е. виды или оттѣнки безразлично, — *физическими элементами.*

При такихъ условіяхъ, догма физики, въ самой общей ея формѣ, выразится въ слѣдующемъ положеніи.

Физическіе элементы реальны, т. е. существуютъ въ пространствѣ и времени независимо отъ нашего воображенія и состоятъ въ опредѣленномъ подчиненіи другъ другу, независящемъ отъ нашей воли.

§ 15. *Принципъ, законъ, гипотеза.* Все преподаваніе физики состоитъ въ детальномъ развитіи и уясненіи на конкретныхъ случаяхъ вышеуказанной догмы.

Разовьемъ подробнѣе положеніе: физическіе элементы состоятъ въ опредѣленномъ подчиненіи другъ другу.

Физическіе элементы, въ силу ихъ опредѣленія, суть субъекты простѣйшіе, неразложимые и потому не имѣющіе качествъ. Качественно они измѣняться не могутъ. Единственное измѣненіе ихъ бытія можетъ относиться или къ ихъ распредѣленію въ пространствѣ въ зави-

симости отъ времени, или къ количеству ихъ энергіи. Поэтому, при совмѣстномъ существованіи двухъ или болѣе физическихъ элементовъ, характеръ подчиненія элементовъ другъ другу, не предрѣшаемый догмой, можетъ выразиться только въ слѣдующихъ четырехъ формахъ.

I. Энергія одного элемента не увеличиваетъ и не уменьшаетъ энергіи другого и не вліяетъ на его пространственное распредѣленіе.

II. Вліяніе энергіи одного элемента ограничивается измѣненіемъ пространственнаго распредѣленія другого.

III. Энергія одного дѣятеля увеличивается и уменьшается одновременно съ энергіей другого.

IV. Увеличеніе энергіи одного дѣятеля сопровождается уменьшеніемъ энергіи другого.

Эти четыре положенія исчерпываютъ всѣ частные случаи общей догмы. Они называются физическими *принципами* или *началами* и могутъ быть обозначены слѣдующими названіями:

1. Начало полной независимости физическихъ энергій.
2. Начало ихъ геометрической зависимости другъ отъ друга.
3. Начало аналогіи энергій.
4. Начало превратимости энергій.

Подчиняясь общей догмѣ физики, всѣ физическія явленія должны подходить подъ одинъ изъ этихъ принциповъ или подъ одну изъ ихъ комбинацій. Напр., явленіе сложенія нѣсколькихъ силъ въ одну силу есть результатъ начала независимости силъ. Отраженіе и преломленіе свѣта веществомъ—частный случай геометрической зависимости двухъ физическихъ дѣятелей. Аналогія свѣтовыхъ и тепловыхъ явленій солнечнаго луча примѣръ третьяго начала. Появленіе въ тѣлахъ теплоты при поглощеніи ими свѣта—частный случай четвертаго начала.

Физическіе принципы, опредѣляя характеръ подчиненія одного элемента другому, не предрѣшаютъ вопроса о порядкѣ этого подчиненія. Предложеніе, опредѣляющее этотъ порядокъ въ простой, ясной и точной формѣ, называется физическимъ *закономъ*. Такъ какъ наибольшая точность свойственна математическимъ зависимостямъ, то для выраженія физическихъ законовъ *выбираются* алгебраическія, геометрическія или тригонометрическія формулы.

Однако эти формулы годятся для указанной цѣли только въ случаѣ ихъ простоты и *ясности*. Недостаточно, чтобы формула была выражена небольшимъ числомъ буквъ или символовъ: необходимо, чтобы воображеніе наше могло отчетливо представлять ту зависимость, которую эти символы выражаютъ. Поэтому для выраженія физическихъ законовъ выбираются такія математическія формулы, къ отчетливому пониманію которыхъ мы подготовлены предварительнымъ развитіемъ. Каждый знаетъ, что площадь квадратной фигуры возрастаетъ въ четыре, девять, шестнадцать и т. д. разъ, когда сторона ея увеличивается въ двое, трое, четверо и т. д. Поэтому выраженіе: „такой-то элементъ пропорціоналенъ квадрату такого-то“ не оставляетъ въ нашемъ умѣ никакого недоумѣнія и можетъ служить для выраженія физическаго закона. Подобнымъ же образомъ синусы, косинусы, логариѳмы годятся для выраженія законовъ только потому,

что мы подготовлены къ отчетливому пониманію этихъ функцій. Но если математическое выраженіе, не смотря на краткость символики, ничего не подсказываетъ воображенію, то оно становится *эмпирической формулой*, какъ бы точно оно ни представляло зависимости между физическими величинами. Каковъ бы ни былъ дѣйствительный порядокъ въ природѣ, форма закона зависитъ отъ готоваго склада нашего ума, и можетъ измѣняться соотвѣтственно этому складу. Законы природы суть законы ума человѣческаго. Отъ этого зависитъ условность законовъ вообще.

Выше было сказано, что всѣ физическія явленія *должны* подходить подъ одинъ изъ физическихъ принциповъ, или подъ одну изъ ихъ комбинацій. Но иногда не представляется возможности удовлетворить этому условію съ тѣми физическими элементами, которые имѣются въ наличности. Въ такомъ случаѣ прибѣгаютъ къ участію дополнительнаго элемента, въ наличности не существующаго. Такое предположеніе называется физической *гипотезой*. Согласно этому опредѣленію, въ выраженіе физической гипотезы долженъ входить по крайней мѣрѣ одинъ физическій элементъ, т. е. одинъ изъ извѣстныхъ физическихъ дѣятелей. Въ противномъ случаѣ гипотеза теряетъ реальное значеніе и слѣдовательно не удовлетворяетъ догмѣ физики. Такъ, предположеніе, что существуетъ *химическая сила*, не можетъ имѣть научнаго значенія въ физикѣ до тѣхъ поръ, пока не будетъ условлено, къ какого рода физическому дѣятелю эта *сила* относится. Наоборотъ, предположеніе свѣтового эѳира есть *физическая* гипотеза, такъ какъ эѳиръ считается упругимъ *веществомъ*.

Принципъ, законъ и гипотеза составляютъ послѣдовательныя ступени въ развитіи физическихъ знаній. Принципъ опредѣляетъ характеръ взаимной зависимости физическихъ дѣятелей; законъ — точный порядокъ этой зависимости; гипотеза — способъ достиженія этой зависимости. Различіе этихъ трехъ формъ знанія вытекаетъ изъ ихъ опредѣленій, поставленныхъ выше. Принципъ, какъ частный видъ догмы, считается *несомнѣннымъ*, не доказывается, а выясняется на конкретныхъ случаяхъ. Законъ, какъ произвольно выбранная нами форма зависимости, *примѣряется* къ дѣйствительности, и чѣмъ ближе къ ней подходитъ тѣмъ болѣе считается *вѣрнымъ*. Гипотеза вытекаетъ изъ вынужденнаго положенія ума по отношенію къ догмѣ и потому пользуется правомъ *вѣроятности*.

Проф. *Ѳ. Шведовъ*.

(Продолженіе слѣдуетъ).

ПРАКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРІЯ.

Въ „Вѣстникѣ Оп. Физики“ сравнительно такъ много удѣлялось и удѣляется мѣста теоретической разработкѣ элементарной геометріи, какъ предмета преподаванія въ учебныхъ заведеніяхъ, что читатели

наврядъ ли могутъ быть на меня въ претензіи за то, что, открывая нынѣ рядъ статей изъ области практической геометріи и приглашая сотрудниковъ нашихъ принять посильное въ ней участіе, я хотѣлъ бы возбудить кое-какой интересъ къ этой незаслуженно забытой въ гимназическихъ сферахъ области, не лишенной также педагогическаго значенія.

Не будемъ упускать изъ виду, что наша современная умозрительная геометрія выросла на почвѣ приложенія къ потребностямъ землемѣрія, что первообразами геометрическихъ прямыхъ и точекъ послужили веревки и колья египетскихъ гарпедонавтовъ. Если во времена Платона, быть можетъ, и было умѣстнымъ пренебреженіе философовъ къ примѣненіямъ геометріи къ вопросамъ практическимъ, если оно и способствовало отчасти самому развитію этой науки, то въ настоящее время оно не нашло бы никакого оправданія.

Слѣдуетъ еще замѣтить, что самый объемъ нашей такъ называемой элементарной геометріи обусловленъ исторически тѣмъ случайнымъ въ сущности обстоятельствомъ, что въ эпоху, когда Евклидъ создалъ свои знаменитыя „Начала", этотъ классическій прототипъ учебника чистой геометріи, изъ области ея были исключены всѣ тѣ геометрическія мѣста, которыя не могутъ быть построены при помощи циркуля и линейки. Это ограничивающее условіе, какъ извѣстно, соблюдается и понынѣ не потому, чтобы оно было въ какомъ нибудь отношеніи существенно, а по традиціи. Но могло бы случиться и иначе, и если бы, напримѣръ, такія кривыя, какъ эллипсъ, гипербола и парабола (по сравненію съ коими окружность является лишь частнымъ случаемъ) во времена Евклида были уже извѣстны не только какъ „коническія сѣченія", т. е. какъ „механическія" кривыя, получаемыя при пересѣченіяхъ конуса плоскостью, но и какъ „геометрическія мѣста", которыя могутъ быть вычерчены непрерывнымъ движеніемъ при помощи простого шнурка или нѣкоторыхъ болѣе сложнаго устройства циркулей (что стало извѣстнымъ значительно позже), то, можетъ статься, эти кривыя были бы тоже отнесены къ области „элементарной геометріи", къ постулатамъ которой былъ бы въ такомъ случаѣ присоединенъ еще нѣкоторый новый, дающій намъ, напримѣръ, право употребленія при геометрическихъ построеніяхъ шнурка или нерастяжимой гибкой нити*).

Отсюда видимъ, что все это вполнѣ условно. Поэтому всякое стремленіе ограничивать нынѣ и область практической геометріи тѣми же самыми рамками, въ кои втиснута теорія элементарной геометріи, преподаваемая въ нашихъ школахъ, было бы и неестественнымъ, и лишеннымъ смысла. Постулаты примѣненій геометріи къ тѣмъ либо другимъ

*) Говоря о сохраненіи по традиціи „классическихъ" границъ элементарной геометріи, нельзя не упомянуть о томъ, что вѣдь для ариѳметики мы такихъ границъ не нашли нужнымъ сохранить, и въ нашихъ школахъ преподаемъ нынѣ вовсе не то, что понимали подъ ариѳметикой древне-греческіе математики, (т. е. не науку умозрительную о свойствахъ отвлеченныхъ чиселъ), а главнымъ образомъ ту практическую ея часть наиболѣе удобнаго и безошибочнаго выполненія дѣйствій, которая была разработана въ средніе вѣка и позже людьми, преслѣдовавшими чисто коммерческія цѣли.

потребностями жизни, могутъ быть въ каждомъ данномъ случаѣ иные, и болѣе многочисленные и болѣе удобные, чѣмъ тѣ два основные, принятые для геометрическихъ построеній, коими разрѣшается употребленіе только линейки и циркуля. Такъ, напримѣръ, въ землемѣріи, за невозможностью употребленія соотвѣтственныхъ размѣровъ линейки и циркуля, оба эти прибора замѣняются на практикѣ шнуромъ (гибкимъ и нерастяжимымъ), и одно уже это обстоятельство, равносильное введенію новаго постулата, значительно раздвигаетъ границы этой области, позволяя рѣшать, съ одинаковою степенью точности и такія задачи на земной повехности, рѣшеніе коихъ на бумагѣ при помощи циркуля и линейки причисляется къ невозможнымъ. Въ нижеслѣдующемъ мы покажемъ, напримѣръ, какъ при помощи обыкновеннаго шнура и кольевъ любой данный на землѣ уголъ легко дѣлится на три равныя части.

Съ этой точки зрѣнія, какъ я сказалъ выше, область практической геометріи не лишена также и педагогическаго значенія, и упражненія въ рѣшеніи различныхъ сюда относящихся задачъ, служа съ одной стороны дополненіями къ чисто геометрическимъ построеніямъ, даютъ ученикамъ наглядные примѣры всей условности нашей математической точности, выясняютъ настоящее значеніе тѣхъ либо другихъ механическихъ приборовъ и пособій, и—что во всякомъ случаѣ не менѣе важно—знакомятъ ихъ съ такими пріемами, которыми многимъ изъ нихъ, быть можетъ, случится съ успѣхомъ пользоваться въ дальнѣйшей жизни.

Въ виду столь серьезнаго значенія занятій практическими вопросами геометріи, я позволю себѣ сказать даже, что въ тѣхъ случаяхъ, когда учащіеся (какъ напр. въ гимназіяхъ) за недостаткомъ времени и соотвѣтственнаго мѣста не могутъ познакомиться на практикѣ, въ полѣ, съ рѣшеніемъ простѣйшихъ задачъ землемѣрія, было бы весьма цѣлесообразнымъ пріохотить ихъ рѣшать такія задачи въ видѣ развлеченія, въ свободное время, на искусственномъ, такъ сказать, полѣ, въ уменьшенномъ масштабѣ; доска изъ мягкаго дерева съ приколотой къ ней бумагой, коллекція булавокъ и куски прочной нити съ укрѣпленными на ней колечками—представятъ на первыхъ порахъ вполнѣ достаточный матеріалъ, какъ я имѣлъ случай убѣдиться лично, для возбужденія интереса любознательнаго ученика къ подобнаго рода упражненіямъ, не мало способствующимъ развитію геометрическаго остроумія. Матеріаломъ для такихъ научныхъ развлеченій могутъ служить многія изъ задачъ элементарнаго землемѣрія; можно воспользоваться для этой цѣли и тѣми статьями, которыя будутъ помѣщаемы въ „Вѣстникѣ Оп. Физики" подъ вышеприведеннымъ общимъ заглавіемъ „Практическая Геометрія", а также и статьями, помѣщенными здѣсь ранѣе.

Тѣмъ не менѣе, помимо сказаннаго, предполагаемыя въ этой рубрикѣ статьи могутъ имѣть и непосредственное значеніе для лицъ, которыя, по тѣмъ либо другимъ причинамъ, вынуждены бываютъ (какъ нерѣдко напримѣръ учителя народныхъ училищъ) принять на себя роль землемѣровъ, не имѣя ни спеціальной къ тому подготовки, ни необходимыхъ инструментовъ. Входя въ положеніе такихъ лицъ, редакція „Вѣстника" еще въ 1886 г. помѣстила статью проф. В. П. Ермакова: „Простѣйшій способъ межеванія" *); въ ней было показано, какъ

*) См. „В. О. Ф." №№ 2, 3 и 5, сем. I стр. 46, 60 и 100.

при помощи лишь веревки и кольевъ рѣшаются на практикѣ простѣйшія геодезическія задачи, а именно: 1) провести прямую между данными двумя точками, 2) продолжить данную прямую, 3) измѣрить разстояніе между двумя данными точками, 4)—между данной точкой и данной прямой, 5) изъ точки на прямой возставить къ ней перпендикуляръ, 6) изъ точки внѣ прямой опустить на нее перпендикуляръ, 7) черезъ данную точку провести прямую, параллельную данной, 8) измѣрить площади: прямоугольника, 9)—параллелограмма, 10)—треугольника, 11)—трапеціи, 12)—неправильнаго куска земли, 13)—отрѣзать отъ даннаго угла данную площадь прямою, параллельною данной, и—14) отрѣзать отъ даннаго четыреугольника данную площадь прямою, параллельною данной. Въ дополненіе къ этому, въ 1887 г., въ томъ же журналѣ, въ статьѣ: „Рѣшеніе нѣкоторыхъ задачъ практической геометріи" *), я ознакомилъ читателей съ употребленіемъ въ землемѣрной практикѣ простѣйшаго угломѣрнаго инструмента, эккера съ постояннымъ произвольнымъ угломъ; при этомъ было показано рѣшеніе слѣдующихъ задачъ: 1) на данной прямой въ данной на ней точкѣ построить уголъ, равный углу эккера, 2) черезъ точку, лежащую внѣ прямой, провести къ ней прямую подъ угломъ, равнымъ углу эккера, 3) черезъ данную точку провести прямую, параллельную данной, 4) продолжить данную прямую черезъ нѣкоторое препятствіе (непозволяющее видѣть кольевъ), и 5) опредѣлить ширину рѣки.

Теперь, приглашая сотрудниковъ „Вѣстника", интересующихся подобнаго рода вопросами, принять участіе въ дальнѣйшей ихъ разработкѣ, ради указанныхъ выше цѣлей, я помѣщаю, въ дополненіе къ прежнимъ статьямъ, извлеченіе изъ замѣтки Dr. Streit'a, найденной мною въ одномъ изъ прошлогоднихъ №№ „Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht".

Шнуръ съ тремя кольцами **).

Если взять двѣ одинаковыя веревки, длиною каждая въ нѣсколько саженъ, и соединить ихъ разъ на всегда посредствомъ желѣзнаго кольца такого размѣра, чтобы послѣ закрѣпленія веревокъ можно было въ его отверстіе вставлять нашъ землемѣрный шестъ или колъ, и если затѣмъ два другія такія же кольца закрѣпить на свободныхъ концахъ веревокъ, то получимъ простой и весьма удобный для рѣшенія многихъ вопросовъ практической геометріи приборъ, который будемъ называть *шнуромъ съ тремя кольцами.*

Существенное условіе, которому такой шнуръ долженъ *всегда* удовлетворять, заключается въ равенствѣ по длинѣ обѣихъ его составныхъ частей, т. е. необходимо, чтобы при всякомъ его положеніи, когда обѣ

*) См. „В. О. Ф." №№ 22 и 23, сем. II стр. 239 и 262.

**) Dr. Streit далъ своей статьѣ заглавіе: „Rautengeomterie" и основной приборъ—веревку съ тремя кольцами—называетъ „Raute", т. е. тѣмъ же словомъ, которое означаетъ „ромбъ". Мнѣ это кажется сбивчивымъ и, за отсутствіемъ болѣе удобнаго термина, я буду называть такую веревку шнуромъ съ кольцами.

вѣтви вытянуты, разстоянія центровъ крайнихъ его колецъ отъ центра средняго кольца оставались равными.

Само собою также понятно, что закрѣпленіе обѣихъ веревокъ въ среднемъ соединительномъ кольцѣ не должно быть слишкомъ тугимъ, чтобы вѣтви свободно могли принимать любой растворъ.

Второстепенное значеніе имѣетъ то обстоятельство, какую длину дать каждой изъ вѣтвей шнура, и можетъ ли онъ вмѣстѣ съ тѣмъ играть роль обыкновенной землемѣрной цѣпи. Лучше, конечно, приготовляя его, приспособить его и къ этой послѣдней цѣли, для чего удобно, напримѣръ, дать ему длину въ 10 саженъ, по 5 саж. въ каждой половинѣ, и отмѣтить на немъ тѣмъ либо инымъ способомъ отдѣльныя сажени, или аршины.

Основныя задачи, къ которымъ сводится рѣшеніе на практикѣ при помощи шнура съ 3-мя кольцами простѣйшихъ вопросовъ землемѣрія, заключаются: 1) въ построеніи ромба, 2) въ построеніи прямоугольнаго треугольника и 3) въ построеніи равносторонняго треугольника.

Разсмотримъ каждую изъ нихъ отдѣльно, предполагая, что читателю извѣстно лишь: 1) какъ при помощи вѣхъ или кольевъ проводится на землѣ прямая линія между двумя данными точками, 2) какъ данная на землѣ прямая при помощи такихъ же кольевъ можетъ быть продолжена (при отсутствіи *непрозрачныхъ* по пути препятствій) и 3) какъ при помощи землемѣрной цѣпи, или опредѣленной длины шнура съ тремя кольцами, можетъ быть измѣрено разстояніе между данными на землѣ двумя точками *).

I. Построеніе ромба.

Когда нашему шнуру, ради той либо иной цѣли, дано уже такое положеніе AOB (фиг. 4), что обѣ его вѣтви составляютъ нѣкоторый уголъ, то мы будемъ называть *построеніемъ ромба* перенесеніе средняго кольца въ ту другую точку O_1, въ коей оно будетъ вытягивать обѣ вѣтви шнура. Эта четвертая точка O_1 съ прежними тремя A, B и O даетъ вершины той фигуры, которая называется въ геометріи ромбомъ.

Непосредственно къ этому построенію сводится рѣшеніе слѣдующихъ простѣйшихъ геодезическихъ задачъ:

1) Данный уголъ раздѣлить пополамъ.

Вбивъ колъ въ вершинѣ угла и надѣвъ на него среднее кольцо O, вытягиваемъ вѣтви вдоль по направленію сторонъ угла и вбиваемъ колья въ кольца A и B **); затѣмъ, освободивъ среднее кольцо, строимъ ромбъ. Найденная точка опредѣляетъ вмѣстѣ съ точкою O прямую OO_1, дѣлящую данный уголъ пополамъ.

Фиг. 4.

Если случится, что въ самой вершинѣ угла вбить кола нельзя, или что вѣтвей шнура нельзя протянуть по направленію сторонъ угла,

---

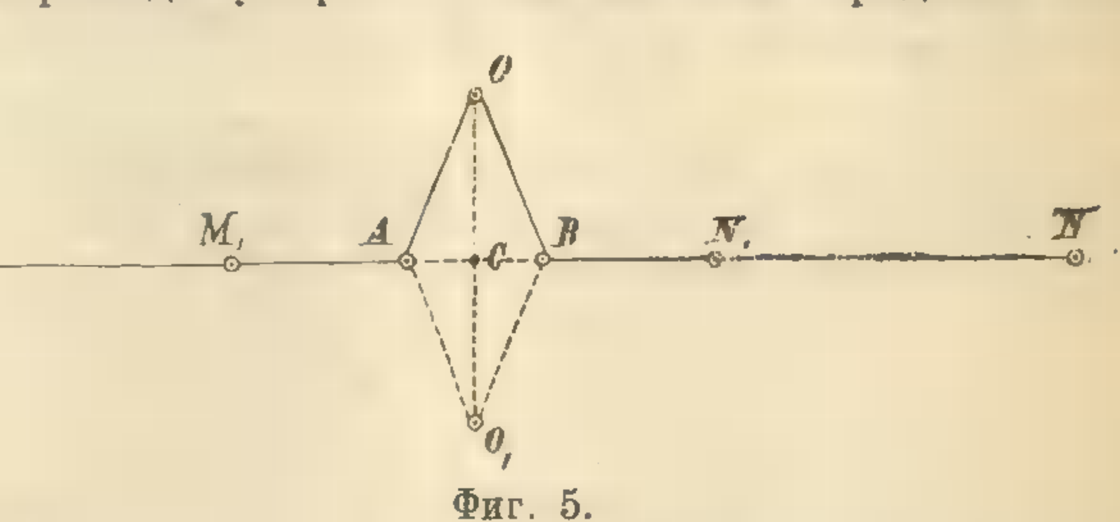
*) См. въ случаѣ надобности „В. О. Ф." сем. I стр. 60—61.

**) Вбиваемые колья должны всегда быть по возможности перпендикулярны къ земной поверхности.

то первый колъ O вбиваютъ гдѣ нибудь внутри угла по возможности ближе къ вершинѣ, а вѣтви шнура вытягиваютъ такъ, чтобы онѣ были соотвѣтственно параллельны (на глазъ) даннымъ сторонамъ и находились въ равныхъ отъ нихъ разстояніяхъ.

2) Данную прямую раздѣлить пополамъ.

На практикѣ эту задачу часто проще бываетъ рѣшить при помощи земл. цѣпи или веревки непосредственнымъ измѣреніемъ длины данной прямой. Но она удобно рѣшается и при помощи нашего шнура въ тѣхъ въ особенности случаяхъ, когда намъ нужна не только средина данной прямой, но и перпендикуляръ къ ней въ этой срединѣ. Тогда поступаютъ такъ. Когда разстояніе между конечными точками M и N (фиг. 5) слишкомъ велико, чтобы можно было надѣть на колья M и N крайнія кольца нашего шнура, разстояніе это уменьшаютъ, откладывая отъ M и N по направленію къ срединѣ извѣстное и одинаковое число разъ длину цѣлаго шнура или длину одной его вѣтви, заботясь при этомъ, чтобы не сойти при такомъ откладываніи съ прямой MN если она задана лишь крайними своими точками; для этой цѣли слѣдуетъ, вбивая промежуточные колья M_1, N_1.... A и B провѣрять всякій разъ ихъ положеніе. Дойдя такимъ образомъ до такихъ среднихъ кольевъ A и B разстояніе между которыми уже достаточно мало, надѣваютъ на нихъ крайнія кольца шнура и отходятъ въ сторону отъ прямой съ среднимъ кольцомъ въ рукахъ до тѣхъ поръ, пока обѣ вѣтви не будутъ одинаково вытянуты. Тогда вбиваютъ колъ въ среднее кольцо O и затѣмъ строятъ ромбъ, т. е. повторяютъ ту же операцію по другую сторону прямой для полученія симметричной точки O_1. Послѣ этого остается вбить еще колъ C такъ, чтобы онъ лежалъ и на прямой OO_1 и на данной прямой MN; онъ и дастъ средину этой послѣдней, а прямая OCO_1 дастъ вмѣстѣ съ тѣмъ направленіе перпендикуляра.



Фиг. 5.

3) Черезъ данную точку провести прямую, параллельную данной прямой.

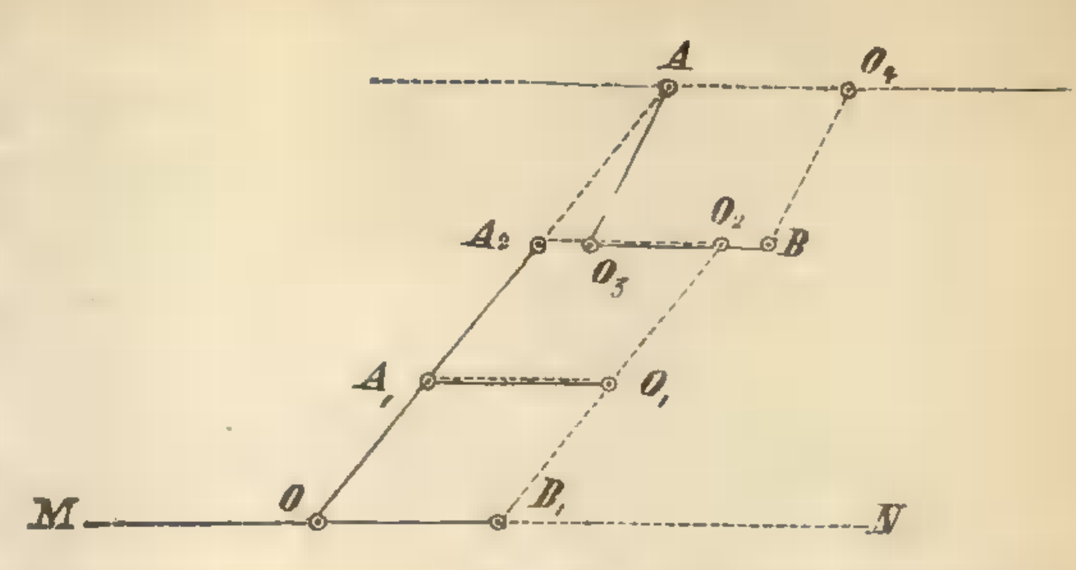
Проще всего задача эта рѣшается при помощи какого нибудь угломѣрнаго инструмента и даже эккера съ постояннымъ произвольнымъ угломъ*). Если такого эккера не имѣется подъ руками, а только земл. цѣпь или веревка, то построеніе параллельной можетъ быть выполнено на основаніи теоремы: двѣ параллельныя прямыя отсѣкаютъ отъ двухъ пересѣкающихся прямыхъ пропорціональные отрѣзки**).

---

*) См. такое рѣшеніе „В. О. Ф.“ сем. II стр. 241.

**) Напримѣръ такъ, какъ это показано въ „В. О. Ф.“ сем. I стр. 63—64.

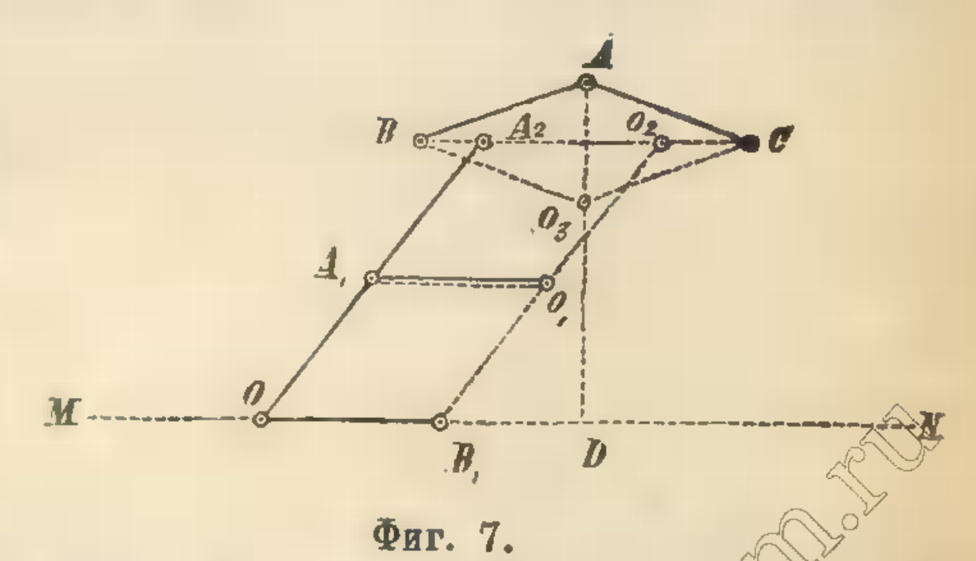
При помощи же шнура съ тремя кольцами задача рѣшается такъ. Когда разстояніе данной точки A отъ данной прямой MN (фиг. 6) больше длины половины шнура, то сначала проводятъ рядъ вспомогательныхъ параллелей A_1O_1, A_2O_2...., сколько того потребуютъ обстоятельства, для чего выбираютъ на данной прямой такую точку O, чтобы прямая OA была доступна, вбиваютъ въ нее колъ для средняго кольца, направляютъ вѣтви шнура по OA и по ON, вбиваютъ въ крайнія кольца колья A_1 и B_1 и строятъ ромбъ, который дастъ точку O_1. Потомъ переносятъ шнуръ, такъ чтобы среднее кольцо было надѣто на колъ A_1, одно изъ крайнихъ—на колъ O_1 и, направивъ вторую, свободную вѣтвь по A_1A, вбиваютъ новый колъ A_2 и опять строятъ ромбъ. Эту операцію продолжаютъ до тѣхъ поръ, пока не получится параллель достаточно близкая уже къ данной точкѣ. Пусть такая параллель будетъ A_2O_2. Надѣвъ теперь одно изъ крайнихъ колецъ шнура на колъ въ данной точкѣ A, идутъ по параллели A_2O_2 съ среднимъ кольцомъ въ рукахъ до тѣхъ поръ, пока шнуръ не вытянется, тогда вбиваютъ новый колъ O_3 для средняго кольца и, направивъ и вытянувъ свободную вѣтвь по A_2O_2, вбиваютъ еще колъ B и, наконецъ, строятъ послѣдній ромбъ, что дастъ точку O_4. Прямая, проложенная по направленію AO_4, будетъ искомою параллельною.



Фиг. 6.

4) Изъ данной точки на данную прямую опустить перпендикуляръ.

Если разстояніе данной точки A (фиг. 7) отъ данной прямой слишкомъ велико, проводятъ предварительно вспомогательныя параллели A_1O_1 A_2O_2,... по способу, указанному выше. Затѣмъ, дойдя до послѣдней параллели, напр. A_2O_2, надѣваютъ среднее кольцо шнура на колъ, вбитый въ данную точку A, и обѣ вѣтви вытягиваютъ такъ, чтобы крайнія кольца находились на прямой A_2O_2; тогда вбиваютъ колья въ B и C и строятъ ромбъ. Найденная точка O_3 вмѣстѣ съ A опредѣлитъ направленіе искомаго перпендикуляра. Если нужно, вбиваютъ еще колъ D на продолженіи прямой AO_3 такъ, чтобы онъ находился вмѣстѣ съ тѣмъ и на данной прямой MN. Это будетъ основаніе перпендикуляра.



Фиг. 7.

Ниже разсмотримъ тотъ случай рѣшенія той же задачи, когда точка A задана такъ, что нельзя вытянуть вѣтвей шнура по обѣ отъ нея стороны.

Ш.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новая гипотеза о строеніи земного шара. Всѣмъ извѣстно, что существуетъ много предположеній относительно внутренняго строенія земли. Ни одно изъ этихъ предположеній не объяснило однако вполнѣ удовлетворительно многихъ важныхъ явленій, наблюдающихся въ настоящее время на земной поверхности. Одною изъ наиболѣе остроумныхъ и удачныхъ гипотезъ является высказанная недавно гипотеза Рато. По этой гипотезѣ внутренняя часть земного шара представляетъ раскаленное ядро, находящееся съ поверхности въ расплавленномъ состояніи, окруженное твердой корой въ видѣ оболочки. Дно океановъ прямо покоится на раскаленномъ ядрѣ; что же касается до материковъ, то они отдѣлены отъ этого ядра пространствомъ, заполненнымъ газообразными веществами, имѣющими температуру ок. 900° и находящимися подъ давленіемъ въ 650 атмосферъ. Каждый материкъ представляетъ, слѣдовательно, какъ бы плоскій колоколъ или пузырь, стѣнка котораго имѣетъ въ толщину до 30 верстъ. Благодаря давленію находящихся подъ материкомъ газовъ, онъ будетъ стремиться подняться; благодаря охлажденію и сжатію внутренняго ядра, соприкасающееся съ нимъ дно океановъ имѣетъ стремленіе опускаться. Этимъ и объясняется, по гипотезѣ Рато, прогрессивное отступленіе моря и поднятіе береговъ. Самое происхожденіе заполненныхъ газами пространствъ объясняется тѣмъ, что по мѣрѣ сжатія внутренняго ядра земная кора стремится слѣдовать за нимъ, растрескивается, мѣстами опускается до соприкосновенія съ нимъ, мѣстами же отдѣляется отъ него, образуя пустоты и вздутія, въ которыхъ и скопляются газы, выдѣляющіеся изъ огне-жидкой массы. Такъ какъ земная кора не настолько прочна, чтобы удерживать на большомъ протяженіи свою форму, то необходимо допустить, что она находится въ статическомъ равновѣсіи; иными словами, если вообразимъ себѣ отъ поверхности земной коры до поверхности огненно жидкаго ядра подъ нею двѣ вертикальныя призмы, поперечныя сѣченія которыхъ равны, то такія двѣ призмы должны имѣть одинаковый вѣсъ. Но чтобы уравновѣсить столбъ воды въ океанѣ столбомъ суши, имѣющимъ бóльшую высоту и бóльшую плотность, необходимо допустить, что подъ сушею существуютъ пространства, заполненныя веществомъ малой плотности — газами. Это соображеніе служитъ довольно вѣскимъ доводомъ въ пользу гипотезы Рато. Гипотеза эта объясняетъ отсутствіе дѣйствующихъ вулкановъ, извергающихъ лаву, вдали отъ морскихъ береговъ, объясняетъ также и аномаліи въ напряженіи силы тяжести въ различныхъ точкахъ земной поверхности, и присутствіе многочисленныхъ складокъ на поверхности материковъ.

Когда, вслѣдствіе охлажденія внутренняго ядра, притокъ газовъ въ пустоты подъ материками уменьшится настолько, что постоянная потеря этихъ газовъ не будетъ пополняться — материки станутъ опускаться на второй слой коры, которымъ покроется огненно-жидкое ядро. Произойдутъ большія котловины или кратерообразные цирки, подобные тѣмъ, которые наблюдаются въ настоящее время на лунѣ.

Замѣтимъ еще, что Лапласъ, Пти, Бугэ, основываясь на наблюденіяхъ надъ качаніями маятника, давно уже высказали предположеніе, что горы имѣютъ внизу полости. Гипотеза Рато является лишь развитіемъ этого взгляда. *В. Г.*

Созвѣздіе Плеядъ.—Нѣсколько лѣтъ назадъ астрономъ Элькингъ замѣтилъ, что главнѣйшія звѣзды Плеядъ, а также находящіяся между ними туманныя пятна движутся къ юго-восточной части небеснаго свода, между тѣмъ какъ небольшая группа звѣздъ 8-й и 9-й величинъ, видимая въ телескопъ между Плеядами, остается въ покоѣ. Это дало ему возможность опредѣлить приблизительно путь передвиженія Плеядъ. Нѣкоторыми астрономами высказано было мнѣніе, что перемѣщеніе Плеядъ можно объяснить движеніемъ нашей солнечной системы. Принявъ это мнѣніе, Элькингъ вычислилъ параллаксъ самой свѣтлой изъ звѣздъ этого созвѣздія—Альціоны (0,013″), откуда уже можно вывести, что свѣту нужно 250 лѣтъ, чтобы дойти отъ Альціоны до земли. Поэтому туманныя пятна Плеядъ по всей вѣроятности ближе всѣхъ другихъ къ нашей планетѣ. *В. Г.*

Перемѣщеніе земныхъ полюсовъ.—Явленіе это въ послѣднее время стало несомнѣннымъ фактомъ. Амплитуда этого перемѣщенія равна приблизительно половинѣ секунды дуги. Черезъ каждые 410—430 дней полюсъ принимаетъ прежнее положеніе. Наблюденія надъ этимъ явленіемъ производились въ Пулковской обсерваторіи и въ Америкѣ, близъ Гонолулу, т. е. приблизительно на разстояніи 180° отъ Пулкова. Здѣсь, какъ и слѣдовало ожидать, полюсъ перемѣщался въ обратную сторону. Американскія наблюденія кромѣ того показали, что конецъ земной оси описываетъ на поверхности земли небольшой элипсъ, радіусъ котораго равенъ приблизительно 15-и метрамъ. *В. Г.*

ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

Видоизмѣненіе опыта Торричелли. Въ боковое отверстіе сосуда A (фиг. 8), имѣющаго ок. 3 цм. въ діаметрѣ, вставляется при помощи каучуковой пробки изогнутая подъ прямымъ угломъ стеклянная трубка B малаго діаметра, снабженная у конца хорошо притертымъ краномъ. Длина трубки отъ изгиба до крана—ок. 80 цм. Надъ краномъ на трубку надѣвается еще кусочекъ каучуковой трубки C, удобный при наполненіи прибора ртутью. Для наполненія наливаютъ въ A ртуть, повернувъ осторожно трубку внизъ, причемъ, конечно, кранъ долженъ быть открытъ. Когда послѣдняя наполнится вся и ртуть перейдетъ за кранъ, кранъ закрываютъ и трубку приводятъ въ нормальное положеніе. Видоизмѣненіе это, предложенное L. Bosse, очень удобно и даетъ хорошую пустоту.

Фиг. 8.

В. Г.

Наибольшая плотность воды.—Въ стаканъ воды, охлажденной почти до нуля, погружаютъ пробку и втыкаютъ въ нее дробинки въ такомъ числѣ, чтобы пробка едва держалась у поверхности воды. Если воткнуть теперь въ пробку еще одну дробинку, то пробка опустится на дно. По мѣрѣ согрѣванія воды отъ 0^0 до 1^0 пробка начинаетъ шевелиться на днѣ, а около 3^0 медленно всплываетъ на поверхность и держится здѣсь до 4^0. При дальнѣйшемъ повышеніи температуры пробка приходитъ въ безпокойное состояніе и начинаетъ медленно опускаться въ водѣ. При 7^0 она снова достигаетъ дна и уже не всплываетъ больше.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

IX Съѣздъ Естествоиспытателей и Врачей имѣлъ мѣсто въ Москвѣ отъ 4-го по 11-е сего января. Въ свое время мы познакомимъ нашихъ читателей съ результатами дѣятельности этого съѣзда и съ содержаніемъ наиболѣе интересныхъ докладовъ. Будущій X-ый съѣздъ предполагается черезъ 2 года въ Кіевѣ.

При IX Съѣздѣ Естествоиспытателей и Врачей была открыта **подписка на капиталъ имени Н. И. Лобачевскаго.**

Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія, сдѣлано распоряженіе, чтобы въ классическихъ гимназіяхъ съ сего времени на письменныхъ испытаніяхъ зрѣлости ученикамъ не предлагались по геометріи задачи на построенія. Эта мѣра, вызванная неудачнымъ рѣшеніемъ такой задачи въ минувшемъ учебномъ году одною изъ нашихъ гимназій, должна быть привѣтствуема какъ новый шагъ впередъ по пути облегченія выпускныхъ экзаменовъ.

Китайская сообразительность.—На послѣднихъ экзаменахъ, происходившихъ въ Китаѣ для полученія ученой степени Hsiu-ts'ai были въ первый разъ заданы задачи по европейскому образцу. Экзаменующимся были предложены двѣ задачи: 1) вычислить поверхность шара, имѣющаго 18 дюймовъ въ діаметрѣ; 2) если нагрузить на корабль 8000 бочекъ риса, стоимостью въ 13 таэловъ каждая, и за провозъ уплатить натурой, считая по $2^1/_2$ таэла за бочку, то сколько нужно будетъ употребить рису для этой цѣли? Изъ 10000 человѣкъ, явившихся на экзаменъ, только *одинъ* рѣшилъ эти задачи.

ЗАДАЧИ.

(Третья серія).

№ 1. Однажды меня спросили, можетъ ли плоское зеркало давать увеличенныя изображенія? «Конечно»—отвѣтилъ я, и для примѣра написалъ на бумажкѣ трехзначное число, коего изображеніе въ обыкновенномъ зеркалѣ оказалось въ $7^5/_{12}$ разъ больше. Какое это было число?

Ш.

№ 2. Рѣшить въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненіе

$$x^{y-x}=y^x .$$

Е. Буницкій (Одесса).

№ 3. Обозначимъ биссекторы даннаго треугольника ABC черезъ j_a, j_b, j_c. Чрезъ вершины треугольника проведемъ прямыя, параллельныя его сторонамъ, и, продолживъ биссекторы въ круговомъ порядкѣ до пересѣченія съ этими прямыми, назовемъ внѣшніе относительно даннаго треугольника ABC отрѣзки биссекторовъ до встрѣчи ихъ съ проведенными прямыми соотвѣтственно чрезъ l_a, l_b, l_c. Требуется показать, что

$$j_a \cdot j_b \cdot j_c = l_a \cdot l_b \cdot l_c .$$

В. Захаровъ (Саратовъ).

№ 4. Вершины даннаго треугольника ABC лежатъ на сторонахъ треугольника MNP, причемъ $PN \perp AB$ въ точкѣ A, $MP \perp BC$ въ точкѣ B и $MN \perp CA$ въ точкѣ C. По даннымъ сторонамъ треугольника ABC вычислить безъ помощи тригонометріи стороны и площадь треугольника MNP.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 5. Построить треугольникъ по данному углу A, по прямой AD, дѣлящей сторону BC въ отношеніи $m:n$ и по радіусу вписаннаго въ треугольникъ круга.

П. Хлѣбниковъ (Тула).

№ 6. Пневматическая машина состоитъ изъ цилиндра съ поршнемъ емкостью въ 0,5 литра и не имѣетъ вреднаго пространства. Ее соединяютъ съ сосудомъ емкостью въ 1 литръ, наполненнымъ сухимъ воздухомъ подъ давленіемъ въ 76 центиметровъ. Каково будетъ давленіе воздуха въ сосудѣ послѣ двухъ поднятій поршня?

(Заимств.) *Д. Е.* (Ив.-Вознес.).

МАЛЕНЬКІЕ ВОПРОСЫ.

№ 1. На шнуркѣ, протянутомъ на нѣкоторой высотѣ между двумя стѣнами комнаты, висятъ два маятника (шарики на нитяхъ). Толкнувъ одинъ изъ шариковъ, заставимъ его качаться въ плоскости, перпендикулярной къ шнурку. Что произойдетъ съ другимъ маятникомъ? Требуется объяснить весь ходъ явленія, провѣривъ его на опытѣ, и найти тѣ условія, при коихъ явленіе происходитъ съ наибольшею правильностью.
Ш.

№ 2. Какъ построить равносторонній и прямоугольный двѣнадцатиугольникъ?

(Заимств.) *В. Г.*

№ 3. Черезъ просверленный шаръ продѣтъ шнуръ; если, взявъ концы шнура въ руки, сообщить ему такое движеніе, чтобы шаръ описывалъ окружность около оси, проходящей черезъ концы шнура, и во время вращенія натянуть сильнѣе шнуръ, то шаръ станетъ вращаться быстрѣе. Почему?

П. П. (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 464 (2 сер.). Вывести формулу объема шара, разсматривая этотъ объемъ, какъ предѣлъ суммы объемовъ элементарныхъ цилиндровъ (входящихъ и выходящихъ), имѣющихъ основаніями сѣченія шара параллельными плоскостями, когда число элементарныхъ цилиндровъ безпредѣльно увеличивается.

Раздѣливъ радіусъ шара R на n равныхъ частей, черезъ точки дѣленія проведемъ перпендикулярныя къ радіусу плоскости и радіусы сѣченій ихъ съ поверхностью шара обозначимъ по порядку черезъ $r_1, r_2, r_3, \ldots r_n$, и гдѣ $r_1 = R$. Построимъ надъ кругами рядъ входящихъ цилиндровъ, объемы которыхъ по порядку пусть будутъ $v_1, v_2, v_3, \ldots v_n$, и выходящихъ, объемы которыхъ назовемъ черезъ $w_1, w_2, w_3, \ldots w_n$. Радіусы входящихъ цилиндровъ равны $r_2, r_3, r_4, \ldots r_{n+1} (=0)$, а выходящихъ — $r_1, r_2, r_3, \ldots r_n$.

Объемъ какого нибудь входящаго цилиндра

$$v_\kappa = \pi r^2_{\kappa+1} \frac{R}{n},$$

а выходящаго

$$w_\kappa = \pi r^2_\kappa \frac{R}{n}.$$

Сумма объемовъ входящихъ цилиндровъ равна

$$\frac{\pi R}{n} \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} r^2_{\kappa+1}, \text{ а выходящихъ } \frac{\pi R}{n} \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} r^2_\kappa.$$

Сдѣлавъ то же съ другой половиной діаметра, найдемъ, что сумма всѣхъ входящихъ цилиндровъ равна

$$\frac{2\pi R}{n} \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} r^2_{\kappa+1}, \text{ а всѣхъ выходящихъ } \frac{2\pi R}{n} \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} r^2_\kappa.$$

Очевидно далѣе, что

$$r_\kappa^2 = R^2 - \left(\frac{k-1}{n} R\right)^2 = R^2\left[1 - \left(\frac{k-1}{n}\right)^2\right];$$

подставляя это въ найденныя выраженія для суммъ и называя объемъ шара черезъ V, получимъ:

$$\frac{2\pi R}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} R^2\left[1-\left(\frac{k}{n}\right)^2\right] < V < \frac{2\pi R}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} R^2\left[1-\left(\frac{k-1}{n}\right)^2\right]$$

Но такъ какъ

$$\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n}\left(\frac{k}{n}\right)^2 = \frac{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2}{n^2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^2}$$

и

$$\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n}\left(\frac{k-1}{n}\right)^2 = \frac{1^2+2^2+3^2+\ldots+(n-1)^2}{n^2} = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6n^2},$$

то

$$\frac{2\pi R}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} R^2\left[1-\left(\frac{k}{n}\right)^2\right] = 2\pi R^3\left\{1 - \frac{1}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n}\left(\frac{k}{n}\right)^2\right\} = 2\pi R^3\left(1 - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3}\right) =$$

$$= 2\pi R^3\,\frac{n(n-1)(4n+1)}{6n^3} = \frac{\pi R^3}{3}(1-{}^1/_n)(4+{}^1/_n)$$

и

$$\frac{2\pi R}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} R^2\left[1-\left(\frac{k-1}{n}\right)^2\right] = 2\pi R^3\left\{1 - \frac{1}{n}\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n}\left(\frac{k-1}{n}\right)^2\right\} =$$

$$= 2\pi R^3\left(1 - \frac{n(n-1)(2n-1)}{6n^3}\right) = 2\pi R^3\,\frac{n(n+1)(4n-1)}{6n^3} = \frac{\pi R^3}{3}(1+{}^1/_n)(4-{}^1/_n).$$

Поэтому

$$\frac{\pi R^3}{3}(1-{}^1/_n)(4+{}^1/_n) < V < \frac{\pi R^3}{3}(1+{}^1/_n)(4-{}^1/_n),$$

а такъ какъ при $n=\infty$

$$\lim\left\{(1-{}^1/_n)(4+{}^1/_n)\right\}_{n=\infty} = \lim\left\{(1+{}^1/_n)(4-{}^1/_n)\right\}_{n=\infty} = 4,$$

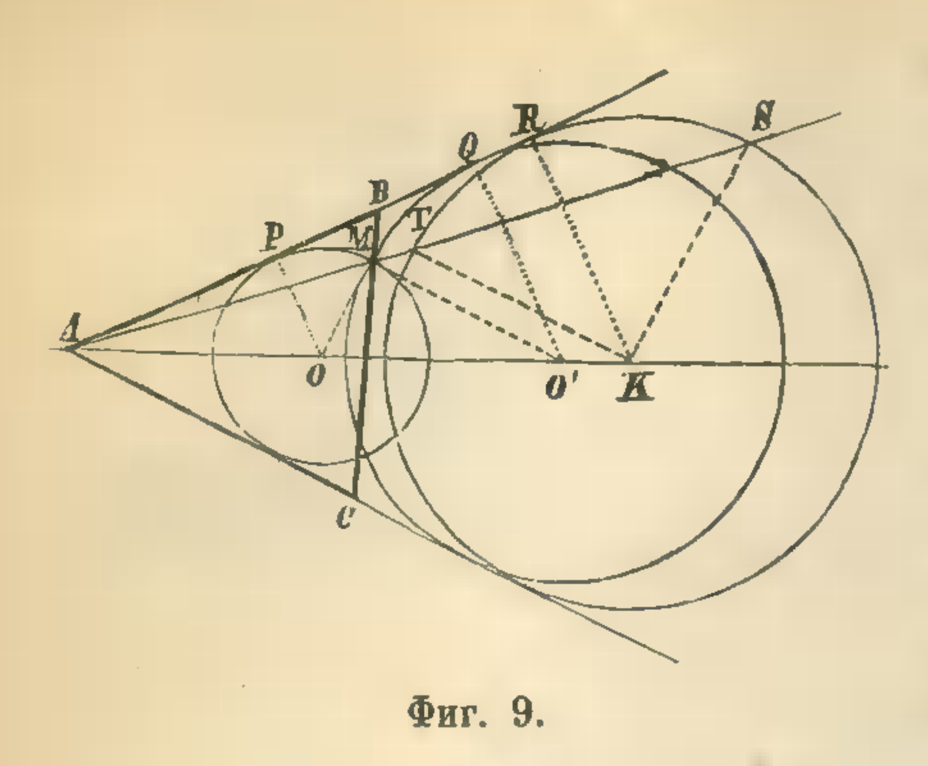
то

$$V = {}^4/_3\pi R^3.$$

А. П. (Ломжа); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *В. Шишаловъ* (с. Середа).

№ 472 (2 сер.). Провести двѣ окружности, касательныя къ сторонамъ AB и AC даннаго треугольника и пересѣкающіяся на BC подъ прямымъ (или даннымъ) угломъ.

Построивъ какую нибудь окружность, касательную къ сторонамъ



Фиг. 9.

угла A, напр. окружность K (фиг. 9), изъ A проводимъ къ ней сѣкущую такъ, чтобы часть ея TS внутри круга K была равна сторонѣ вписаннаго въ этотъ кругъ квадрата. Пусть эта сѣкущая пересѣкаетъ BC въ точкѣ M. Проведемъ $MO \| KS$ и $MO' \| KT$. Тогда O и O' суть центры искомыхъ окружностей, а M— точка ихъ пересѣченія. Дѣйствительно, опустивъ изъ O, O' и K перпендикуляры OP, $O'Q$ и KR на AB, найдемъ:

$$\frac{OM}{KS}=\frac{AO}{AK}=\frac{OP}{KR}=\frac{OP}{KS}, \text{ слѣд. } OM=OP,$$

т. е. окружность, описанная изъ O радіусомъ OM, коснется AB въ точкѣ P. То же доказывается и относит. окружности O'.

Если окружности должны пересѣкаться на BC подъ угломъ α, то уголъ $OMO'=180^0-\alpha$. Тогда изъ A проводимъ сѣкущую къ окружности K такъ, чтобы внутренняя ея часть равнялась хордѣ, центральный уголъ которой равенъ $180^0-\alpha$. Остальное построеніе то же.

NB. Мы получили одно рѣшеніе этой задачи (отъ *П. Х.* изъ Тулы), котораго не могли разобрать. Напечатанное рѣшеніе принадлежитъ автору задачи г. Николаеву (Пенза).

№ 492 (2 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sqrt{a-\sqrt{a+x}}=x.$$

Возведя данное ур. въ квадратъ и прибавивъ къ обѣимъ частямъ полученнаго ур. по x, легко приведемъ его къ виду:

$$(\sqrt{a+x}+x)(\sqrt{a+x}-x)-(\sqrt{a+x}+x)=0,$$

откуда

1) $\sqrt{a+x}+x=0$ и $x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{4a+1}}{2}$,

2) $\sqrt{a+x}-x-1=0$ и $x_{3,4}=\dfrac{-1\pm\sqrt{4a-3}}{2}$.

К. Генкель, С. Адамовичъ (Курскъ); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

№ 501 (2 сер.). Рѣшить уравненіе $\operatorname{tg}^4 x+\operatorname{ctg}^4 x=m$, не рѣшая квадратнаго уравненія.

Прибавивъ къ обѣимъ частямъ уравненія по 2 и извлекая корень квадратный, найдемъ:

$$\operatorname{tg}^2x+\operatorname{ctg}^2x=\pm\sqrt{m+2}, \qquad (1)$$

а отнимая отъ обѣихъ частей по 2 и извлекая корень квадратный:

$$\operatorname{tg}^2x-\operatorname{ctg}^2x=\pm\sqrt{m-2} \qquad (2).$$

Изъ (1) и (2) получимъ

$$\operatorname{tg}^2x={}^1/_2\left(\pm\sqrt{m+2}\pm\sqrt{m-2}\right)=\pm\sqrt{\frac{m+\sqrt{m^2-4}}{2}}.$$

А. Охитовичъ (Сарапуль); *С. Бабанская* (Тифлисъ); *В. Шидловскій* (Полоцкъ); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *К. Геншель, К. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.).

№ 516 (2 сер.). Рѣшить систему

$$2(x+y)=xy;\ xy+yz+xz=108;\ xyz=180.$$

Подставляя въ третье изъ данныхъ уравненій $2(x+y)$ вмѣсто xy и вычитая полученное ур. изъ 2-го. найдемъ $xy=18$, т. е. $z=10$, а подставляя эти значенія во 2-е ур., найдемъ $x=3$ или 6, $y=6$ или 3.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *А. Треумовъ, С. Щаповъ, В. Напалковъ* (Ив.-Вознес.); *А. Фальчевскій* (Одесса); *Г. Бабинскій* (Златополь); *М. Бочеровъ* (Новогеоргіевскъ); *С. Иноземцевъ, А. Дондо* (Спб.); *Я. Тепляковъ* (Радомысль); *I. Ѳ.* (Тамбовъ); *Платоновъ* (Симбирскъ); *А. Байковъ* (Харьковъ); *А. Герасимовъ* (Кременчугъ); *В. Хардинъ* (Самара); *О. Оранская, Е. Краснитская, К. Щиголевъ, С. Адамовичъ, К. Геншель, П. Писаревъ, Н. Щекинъ* (Курскъ); *А. Прилежаевъ, П. Хлѣбниковъ* (Тула); *Р. Эйхлеръ* (Варшава); *А. Васильева, С. Бабанская, Е. Исаковъ* (Тифлисъ); *А. Полозовъ* (Симбирскъ).

№ 518 (2 сер.). Свѣтящаяся прямая, помѣщенная перпендикулярно къ главной оси собирающаго стекла въ разстояніи 35 цм. отъ него, даетъ на экранѣ за стекломъ изображеніе длиной въ 25 мм. Чему равна длина свѣтящейся прямой, если фокусное разстояніе стекла равно 25 цм?

Называя искомую длину черезъ x, очевидно получимъ: $x:25=35:f$, гдѣ f есть разстояніе сопряженнаго фокуса, которое можетъ быть опредѣлено по формулѣ для собирающаго стекла:

$$f=\frac{dF}{d-F}=87{,}5 \text{ цм.}$$

Вносят это значеніе въ пропорцію, найдемъ $x=10$ мм.

В. Тагуновъ (Муромъ); *Платоновъ* (Симбирскъ); *К. Щиголевъ* (Курскъ).



Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 15-го Января 1894 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.

Такимъ образомъ проэкціи отрѣзковъ AC, CE,.... на OX, равные отрѣзкамъ BC, DE,.... суть послѣдовательные члены прогрессіи, начиная съ a_2. Поэтому s_2=OC′, s_3=OE′,....

Пусть указаннымъ построеніемъ найдены отрѣзки MN=a_n и NP=a_{n+1}; тогда по предъидущему s_n = ON′. Такъ какъ

$$N'P = ON' \operatorname{tg}\omega = s_n \cdot q$$

и

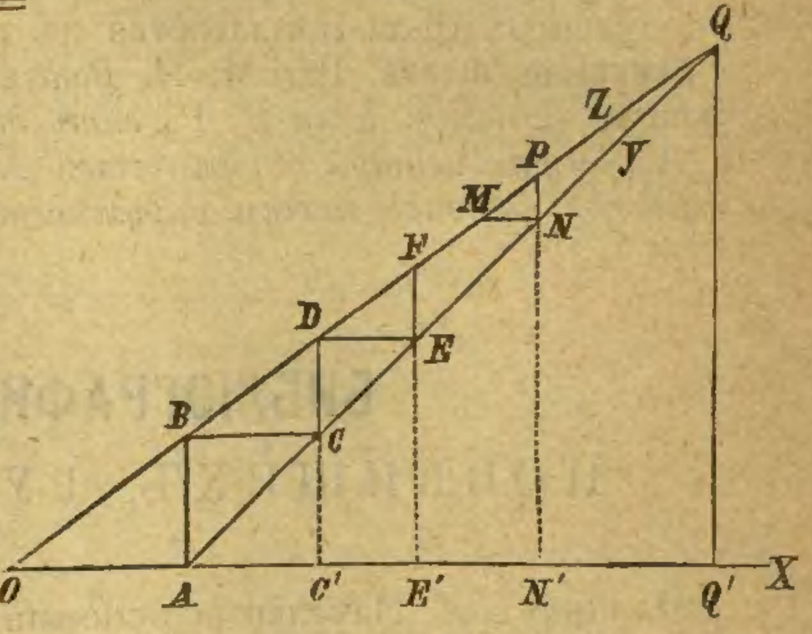
$$N'P = N'N + NP = AN' + NP = ON' - OA + NP =$$
$$= s_n - a_1 + a_1 q^n ,$$

то

$$s_n - a_1 + a_1 q^n = s_n \cdot q,$$

откуда

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$



Фиг. 10.

Если $q < 1$, т. е. $\omega < 45^0$, то прямыя AY и OZ пересѣкутся въ нѣкоторой точкѣ Q; въ этомъ случаѣ прогрессія безконечно нисходящая и сумма s всѣхъ членовъ ея выразится отрѣзкомъ OQ′; но OQ′=OA+AQ′=OA+QQ′ или $s = a_1 + sq$, откуда

$$s = \frac{a}{1-q}.$$

При $q \geqslant 1$ прямыя AY и OZ не пересѣкутся по продолженію ихъ отъ OX въ ту сторону, куда строятся послѣдовательные члены прогрессіи. Прогрессія въ этихъ случаяхъ не имѣетъ конечной суммы, т. е. представляетъ рядъ расходящійся.

Problème Par M. *L. Vautré*. *Въ правильный выпуклый* n—*угольникъ* ABC... MN *вписать выпуклый равноугольный* n—*угольникъ по одной вершинѣ его* A′, *заданной на сторонѣ* AB. *Показать, что при* n *нечетномъ задача имѣетъ одно рѣшеніе, а при* n *четномъ—два. Разсмотрѣть измѣненіе площади и периметра требуемаго многоугольника при перемѣщеніи заданной вершины его* A′ *отъ* A *къ* B. Пусть A′B′C′... M′N′ есть искомый многоугольникъ. Положимъ AB=a, AA′=b, BB′=x_1, CC′=x_2,..., NN′=x_{n-1}. Такъ какъ тр-ки A′BB′. B′CC′,..., M′NN′ подобны, то

$$\frac{x_1}{a-b} = \frac{x_2}{a-x_1} = \frac{x_3}{a-x_2} = \ldots = \frac{x_i}{a-x_{i-1}} = \frac{x_{n-1}}{a-x_{n-2}} = \frac{b}{a-x_{n-1}}.$$

Обозначивъ чрезъ λ общую величину этихъ отношеній, получимъ n ур-ній; исключивъ изъ нихъ x_1, x_2,..., x_{n-1}, получимъ ур-нія:

(1) $$(\lambda^n + 1)\left(b - \frac{a\lambda}{\lambda+1}\right) = 0$$ при n нечетномъ и

(2) $$(\lambda^n - 1)\left(b - \frac{a\lambda}{\lambda+1}\right) = 0$$ при n четномъ.

Ур-ніе (1) имѣетъ только одинъ дѣйствительный корень $\lambda = \frac{b}{a-b}$; поэтому

$$x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_{n-1} = b,$$

т. е. при n нечетномъ задача имѣетъ одно рѣшеніе: искомый многоугольникъ P, есть правильный. Ур-ніе (2) имѣетъ два дѣйствительныхъ корня: $\lambda_1 = \frac{b}{a-b}$, $\lambda_2 = 1$; при λ_1 искомый мн-къ P′ есть правильный. при λ_2 стороны мн-ка P″ равны чрезъ одну, именно:

$$x_1 = x_3 = \ldots = x_{n-1} = a - b, \quad x_2 = x_4 = \ldots = x_{n-2} = b;$$

такимъ образомъ при n четномъ задача имѣетъ два рѣшенія P′ и P″, которыя сов-

падаютъ въ одно P_1, если $b=\frac{a}{2}$. Сравнивъ площади многоугольниковъ P', P'', P_1 съ площадью даннаго мн-ка, найдемъ, что площ. P_1 есть minim. для P' и maxim. для P''. Что касается периметровъ, то легко убѣдиться, что перим. P'' не зависитъ отъ положенія A', а перим. P' имѣетъ minim.=перим. P'', при $b=\frac{a}{2}$.

Sur un problème de jeu. Par M. *A. Boutin.* Рѣшается задача объ игрѣ на бѣгахъ; полученная ф-ла прилагается къ рулеткѣ.

Exercices divers. Par M. *A. Boutin.* №№ 286—288. Изъ этихъ №№ отмѣтимъ слѣдующую теорему: *Если* P, P_2 *суть двѣ обратныя* (*inverses*) *точки тр-ка* ABC, *а* A_1, B_1, C_1—*суть центры окружностей* APP_2, BPP_2, CPP_2, *то прямыя* AA_1, BB_1, CC_1 *пересѣкаются въ одной точкѣ окружности* ABC. *Д. Е.*

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ
НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Малининъ, А. Начальныя основанія физики. Руководство для городскихъ училищъ и учительскихъ семинарій. Изд. 6-е, книжн. магазина В. Думнова. Москва. 1894. Ц. 1 р.

Наблюденія надъ вскрытіемъ и замерзаніемъ водъ въ Россіи въ 1891 г. Спб.

Наставленіе къ употребленію спиртомѣра Траллеса и таблицъ. (Стереотипное изданіе таблицъ). Спб. 1893. Ц. 20 к.

Евтушевскій, В. А. Сборникъ ариѳметическихъ задачъ и численныхъ примѣровъ для приготовительнаго и систематическаго курса. Первая часть—цѣлыя числа. Изд. 46-е, Д. Полубояринова. Спб. 1893. Ц. 35 к.

Книзе, В. Таблицы, облегчающія производство ариѳметическаго умноженія простыхъ (отвлеченныхъ) чиселъ любой величины. Спб. 1894. Ц. 15 к.

Кунцевичъ, А. Руководство ариѳметики для низшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній. Изд. 2-е, вновь обработанное согласно указаніямъ ученаго комитета М—ства Народнаго Просвѣщенія, Изд. Д. Полубояринова. Спб. 1893. Ц. 40 к.

Протоколы засѣданій отдѣленія химіи р. ф.-химическаго общества при Имп. с.-петербургскомъ университетѣ. Подъ ред. Д. П. Коновалова. № 7.

Скубицъ, Ф. (Scubitz, F.). Самоучитель двойной бухгалтеріи. Изд. 2-е, журнала «Счетоводство». Спб. 1894. Ц. 1 р. 50 к.

Сообщенія харьковскаго математическаго общества. Вторая серія. Томъ III, № 6. (Съ портретомъ В. Г. Имшенецкаго). Харьковъ. 1893.

ОТВѢТЫ РЕДАКЦІИ.

В. Макашову (Ив.-Вознес.). Употребленный ученицею Л. выводъ площади трапеціи не новъ и встрѣчается во многихъ руководствахъ.

А. Петрову (Красноярскъ). Вы ставите насъ въ довольно затруднительное положеніе просьбой сообщить литературу о треугольникѣ. Литература эта столь обширна, что даже перечень важнѣйшихъ трудовъ занялъ бы слишкомъ много мѣста. Нѣкоторыя свѣдѣнія по этому вопросу вы найдете въ статьяхъ Émile'я Vigarié: „Les progrès de la géométrie du triangle“ (Journ. de mathématiques élémentaires Longchamps'а), въ которыхъ онъ ежегодно даетъ систематическій обзоръ новой литературы по треугольнику. Нѣсколько не понимаемъ вашего вопроса относительно напечатаннаго въ «Вѣстникѣ». Задачи пойдутъ.

А. Температура кипѣнія водныхъ растворовъ солей*).

Темпер. кипѣнія	$CaCl_2$	CH_3CO_2K	NH_4NO_3	$Ca(NO_3)_2$	K_2CO_3	CH_3CO_2Na	$NaNO_3$	$SrCl_2$	KNO_3	NH_4Cl	$C_4H_4O_4(KO)_2$	$KClO_3$	$NaCl$	KCl	Na_2HPO_4	Na_2CO_3	$BaCl_2$
101°	10,0	10,5	10,0	15,0	13,0	9,9	9,3	16,7	12,2	7,8	26,9	14,64	7,7	9,0	21,0	14,4	19,6
102	16,5	20,0	20,5	25,3	22,5	17,6	18,7	25,2	26,4	13,9	47,2	29,28	13,4	7,1	40,8	26,7	32,5
103	21,6	28,6	31,3	34,4	31,0	24,1	28,2	32,1	42,2	19,7	65,0	43,92	18,3	24,5	59,4	36,8	44,5
104	25,8	36,4	42,4	42,6	38,8	30,5	37,9	37,9	59,6	25,2	82,3	58,46	23,1	31,4	76,4	44.7	56,0
105	29,4	43,4	53,8	50,4	46,1	36,7	47,7	43,4	78,3	30,5	100,1	104,2°	27,7	37,8	91,5	104,6°	104,4°
106	32,6	49,8	65,4	57,8	53,1	42,9	57,6	48,8	98,2	35,7	118,5	61,5	31,8	44,2	105,0	48,5	60,1
107	35,6	55,8	77,3	64,9	59,6	49,3	67,7	54,0	119,0	41,3	137,3		35,8	50,5	106,6°		
108	38,5	61,6	89,4	71,8	65,9	55,8	77,9	59,0	140,6	47,3	156,5		39,7	56,9	111,6		
109	41,3	67,4	101,9	78,6	71,9	62,4	88,3	63,9	163,0	53,5	176,1						
110	44,0	73,3	114,9	85,0	77,6	69,2	98,9	68,9	185,9	59,9	196,2						
111	46,8	79,3	128,4	91,9	83,0	76,2	109,5	74,1	209,2	66,4	216,8						
112	49,7	85,3	142,4	98,4	88,2	83,4	120,7	79,6	233,0	73,3	237,9						
113	52,8	91,4	156,9	104,8	93,2	90,9	131,3	85,3	257,6	80,8	259,5						
114	55,6	97,6	172,0	111,2	98,0	98,8	142,4	91,2	283,3	88.1	281,6						
115	58,6	103,9	188,0	117,5	102,8	107,1	153,7	97,5	310,2	114,2°	114,7°						
116	61,6	110,3	204,4	123,8	107,5	115,8	165,2	104,0	115,9°	88,9	276,2						
117	64,6	116,8	221,4	130,0	112,3	125,1	176,8	110,9	335,1								
118	67,6	123,4	238,8	136,1	117,1	134,9	188,6	117,8°									
119	70,6	130,1	256,8	142,1	122,0	145,2	200,5	117,5									
120	73,6	136,9	275,3	148,1	127,0	156,1	212,6										
122	79,8	150,8	314,0	160,1	137,0	175,3	121°										
124	86,2	165,1	354,0	172,2	147,1	204,5	224,8										
126	98,2	180,1	396,0	184,5	157,3	124,4°											
128	92,4	196,1	440,2	197,0	167,7	205,0											
130	104,6	213,0	487,4	209,5	178,1												
132	110,9	230,6	537,3	222,2	188,8												
136	123,5	267,5	645,0	248,1	135°												
140	136,3	308,3	770,5	274,7	205,0												
144	149,4	354,9	915,5	302,6													
148	163,2	407,9	1081,5	333,2													
152	178,1	467,6	1273	151°													
156	194,3	534,1	1504	362,2													
160	212,1	607,4	1775														
164	231,5	687,6	2084														
168	252,8	775,0															
172	276,1	169,0°															
176	301,4	798,2															
179,5	325,0																

Объясненіе: Стоящія въ вертикальныхъ столбцахъ подъ формулами солей числа означаютъ вѣсъ соли, растворенной въ 100 частяхъ воды.—**Два послѣднихъ числа (подъ чертой) каждаго столбца означаютъ температуру кипѣнія и составъ насыщеннаго раствора.**

*) Заимств. изъ Chem.-Kal. Springer'a.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Сорокинъ, Н. Сборникъ геометрическихъ задачъ для учениковъ 7-го и 8-го классовъ гимназій (примѣнительно къ правиламъ объ испытаніяхъ учениковъ, утвержденнымъ Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія 12-го марта 1891 г.). Изд. 3-е, исправленное. Кіевъ. 1893. Ц. 50 к.

Ариѳметика въ вопросахъ и отвѣтахъ для легчайшаго обученія дѣтей. Составл- по методѣ Меморскаго. Въ 2-хъ частяхъ. Изд. Т. Губанова. Кіевъ. 1893. Ц. 45 к.

Боллъ, Томасъ. Страна звѣздъ. Луна. Переводъ съ англійскаго, со множествомъ рисунковъ. Изд. «Народной Библіотеки» Маракуева. Москва. 1893. Ц. 20 к.

Боллъ Томасъ. Страна звѣздъ. Солнце. Переводъ съ англійскаго, со множествомъ рисунковъ. Изд. «Народной Библіотеки» Маракуева. Москва. 1894. Ц. 20 к.

Броуновъ, П. И., проф. О производствѣ наблюденій надъ грозами и осадками. Пермь.

Лачиновъ Д. П., проф. Проэктъ промышленнаго добыванія водорода посредствомъ электролиза. Спб. 1893.

Слешинскій, И. Къ теоремѣ Чебышева. Одесса.

Тепловъ, М. Н. Кое что о бензинѣ, толуэнѣ и антраценѣ. Спб. 1893. Ц. 75 к.

Федоровъ, Е. О движеніи жидкостей по трубамъ. (Извлеч. изъ журнала «М—ства Путей Сообщ.» 1893 г.). Спб. 1893.

Бондаренко, И. Н. И. Лобачевскій (1793—1893). (Отд. отт. изъ журнала „Вѣстникъ опытной физики и элементарной математики"). Одесса 1893.

Броннеръ и Лобачевскій. Два эпизода изъ жизни первыхъ профессоровъ казанскаго университета. Казань. 1893.

Клоссовскій, А. Метереологическая обсерваторія Имп. новороссійскаго университета. Одесса. 1893.

Курнаковъ, Н., гор. инж. О сложныхъ металическихъ основаніяхъ. Разсужденіе, представленное въ совѣтъ горнаго института для полученія званія профессора по каѳедрѣ химіи. Спб. 1893.

Мальцовъ, П. И. Практическая механика, заключающая правила и формулы для разсчета слѣдующихъ машинъ: домкраты, лебедки, краны, приводы, норіи, инжекторы, тараны, пожарныя трубы, пульсометры, гидравлическіе пресы и др. Электрическое освѣщеніе. Механическая обработка металловъ и дерева. Водопроводы. Желѣзныя дороги. Металлургія. Желѣзныя сооруженія. Со многими рисунками. Москва. 1894. Ц. 8 р.

Мальцовъ, П. И. Рисунки новѣйшихъ паровыхъ машинъ, паровиковъ и ихъ принадлежностей, насосовъ, домкратовъ, прессовъ и воздуходувокъ. Таблицы для проэктированія паровыхъ машинъ. Москва. 1894. Ц. 5 р. 42 к.

Дарвинъ, Леонардъ. Способы изслѣдованія фотографическихъ объективовъ, примѣняемые на обсерваторіи въ Кью (Kew). Спб.

Дешевые вѣсы для большихъ тяжестей. Спб. 1893.

Записки Имп. русскаго географическаго общества. По общей географіи. Томъ XXVI, изданный подъ ред. И. Мушкетова. Каталогъ землетрясеній Россійской Имперіи. *И. Мушкетовъ* и *А. Орловъ.* Спб. 1893.

Лѣтописи главной физической обсерваторіи, издаваемыя Вильдомъ. 1892 годъ. Часть I. Метеорологическія и магнитныя наблюденія станцій 1-го разряда и экстраординарныя наблюденія станцій 2-го и 3-го разряда. Спб. 1893.

Постниковъ, А. П. Основанія электротехники (въ элементарномъ изложеніи). Часть III. Динамомашины перемѣннаго тока и многофазныя. Трансформаторы. Москва. 1894. Ц. 1 р. 25 к.

Преображенскій, А. П. О бурѣ, бывшей въ Новороссійскѣ между 3 и 9 января 1893 года (по новому стилю). Спб. 1893.

Терешинъ С. Я. Опытъ измѣренія температуры и внѣшней теплопроводности проволокъ, нагрѣваемыхъ электрическимъ токомъ. (Отт. изъ извѣстій технологическаго института 1893 г.) Спб.

Труды астрономической обсерваторіи Имп. казанскаго университета, издаваемые проф. Д. И. Дубяго. Наблюденія на пассажномъ инструментѣ въ первомъ вертикалѣ и каталогъ склоненій 202 звѣдъ, лежащихъ между 54°30′ и 55°47′ севернаго склоненія. *А. М. Ковальскаго.* Казань. 1893.